対数方程式：元の真数条件と全ての解

講師用メモ・バージョン 2

生徒が変形前に元の全ての真数を正としたかを見ます。積や商へまとめた後の条件で元の範囲を広げず、二次式の全候補・除外理由と残る各解の元への代入を分けます。対数の値が負でもよいこと、t=log_a xの範囲とt=a^x>0の違いも確認します。生徒の同値な正しい式変形・別解を認め、全8条件を必須にしません。生徒の図・式と計算過程と講師の見本・支援、未確認を分け、実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：元の条件・途中の式・すべての解

C1. log_3(1/27)、log_(1/4) 8、log_5 1の値を、指数の式に直して求めてください。底と真数の条件、途中の式を示し、対数の値が負や0でもよい理由を説明してください。

解答・確認の観点：3^(−3)=1/27なので−3。(1/4)^(−3/2)=4^(3/2)=8なので−3/2。5⁰=1なので0。三つとも底は正で1でなく、真数は正。対数の値は指数なので負や0でも定義される。生徒の三つの指数等式・条件と値の区別を見る。

C2. log_2(x+3)=log_2(3x−5)の全ての実数解を求めてください。元の両真数の正と同じ底の一対一性、全変形を示し、残す各解を元の式で確かめてください。

解答・確認の観点：x+3>0、3x−5>0からx>5/3。底2で一対一だからx+3=3x−5、候補x=4。条件を満たし両真数7で、元の両辺はlog_2 7。一対一性と一次式から他に解なし。生徒の条件・式と計算過程・全解と両代入を見る。

C3・C4：元の条件・途中の式・すべての解

C3. log_3(x−1)+log_3(x+1)=1の全ての実数解を求めてください。元の各真数の条件、積の法則と指数への変形、全候補を残すか除くかの理由と元への代入を示してください。

解答・確認の観点：元はx>1。その範囲で(x−1)(x+1)=3、x²=4から候補±2。−2では真数−3,−1で未定義なので除く。2だけが条件を満たし元ではlog_3 1+log_3 3=0+1=1。生徒の全候補と元の条件、各検算を見る。

C4. log_2(x+1)+log_2(x−1)=3の全ての実数解を求めてください。元の二つの真数と、まとめた積の条件を区別し、全候補と元の式への代入を示してください。

解答・確認の観点：元はx>1。その範囲で(x+1)(x−1)=8、x²=9から候補±3。−3の真数−2,−4は両方負なので除く。3では真数4,2が正でlog_2 4+log_2 2=2+1=3。全解は3だけ。生徒の積が正でも元が未定義になる理由を見る。

C5・C6：元の条件・途中の式・すべての解

C5. log_3(x+2)−log_3(x−2)=1の全ての実数解を求めてください。元の真数条件と商の法則、分母を払える理由、式と計算過程と元への代入を示してください。

解答・確認の観点：元はx>2なのでx−2>0。その範囲で(x+2)/(x−2)=3、x+2=3x−6、x=4。条件を満たし元ではlog_3 6−log_3 2=log_3 3=1。一次式から他の候補なし。生徒の元の正・0でない条件と式と計算過程を確認します。

C6. (log_2 x)²−3log_2 x+2=0の全ての実数解を求めてください。元の条件、置き換えたtの範囲、全てのxに戻す過程と元への各代入を示してください。t=2^xの場合の範囲との違いも説明してください。

解答・確認の観点：元はx>0。t=log_2 xは全実数で、(t−1)(t−2)=0からt=1,2。x=2,4で、元は1−3+2=0、4−6+2=0。一対一性から他の解なし。t=2^xならt>0だが、今回のtにその制限を付けない。生徒の二つの置き換えの範囲の区別を見る。

C7・C8：元の条件・途中の式・すべての解

C7. 友達はlog_2 x+log_2(x−3)=2を「log_2(2x−3)=2だからx=7/2」としました。元の真数条件と正しい法則にもとづいて友達の説明を直し、全ての実数解を求めてください。友達の求めた候補も、元の式に代入して確かめてください。

解答・確認の観点：元はx>3。和は積なのでx(x−3)=4、(x−4)(x+1)=0。−1は元の条件から除き、4ではlog_2 4+log_2 1=2。友達の7/2は条件には合うが真数の積(7/2)(1/2)=7/4で4でなく、元の和は2にならない。全解は4だけ。和を真数の和へ変えた誤りと、条件だけでは解と確定しない点を見る。

C8. aを2,3から、pを1,2から、kを−1,2から一つずつ選び、log_a(x−k)=pの具体式を作ってください。元の条件、指数への全変形と全実数解、元への代入を示してください。8通り全てを調べる必要はありません。

解答・確認の観点：作例a=3,p=2,k=−1ならlog_3(x+1)=2、元はx>−1。x+1=9からx=8だけで、元でもlog_3 9=2。一般にx=k+a^pでx−k=a^p>0、許された底の一対一性からただ一つ。他の許された三数・具体式と正しい式と計算過程も認める。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学II：対数の定義・性質と対数関数（冊子59–61/PDF71–73）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=72