多項式の微分：接線・増減表と元の値

講師用メモ・バージョン 3

生徒がh≠0で全展開と約分を残し、平均変化率の式と近づく微分係数を分けたかを見ます。接線の元の点と傾き、導関数の全零点・全区間の符号、元の値と極値・閉区間の端点の候補を対応させます。水平な接線でも極値とは限らず、始点の速度0と区間内の方向反転も区別します。同値な正しい式変形・別解を認め、全8条件を必須にしません。式と計算過程・表・概形と講師の見本・支援、未確認を分け、実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：式と計算過程・符号と元の値

C1. $f(x)=x^2-4x+6$について、$h\neq0$で$(f(2+h)-f(2))/h$を展開・整理し、$h\to0$から$f'(2)$を求めてください。元の点と接線の式と計算過程も示し、微分係数が0でも元の関数値が0とは限らない理由を説明してください。

解答・確認の観点：$f(2)=2$、$f(2+h)=2+h^2$。$h\neq0$で商はh、$h\to0$で0なので$f'(2)=0$。元の点は(2,2)、水平な接線は$y=2$でx軸ではない。生徒の全展開・hの条件と元の点、傾きと元の値の区別を見る。

C2. $f(x)=-2x^3+3x^2+4x-1$について、導関数とx=1での元の値・微分係数を求め、接線の式と計算過程を示してください。元の点の代入と、接線の傾きから両条件を確かめてください。

解答・確認の観点：$f'(x)=-6x^2+6x+4$、$f(1)=4$、$f'(1)=4$。接線は$y-4=4(x-1)$、$y=4x$。点(1,4)を通り傾き4も一致。生徒の定数倍・和差の式と計算過程と、点と傾きの両確認を見る。

C3・C4：式と計算過程・符号と元の値

C3. $f(x)=x^3+3x^2-9x+2$について、導関数を因数分解し、全零点・全区間の符号と増減表を作ってください。全ての極大・極小の位置と元の値を求め、軸と一様な目盛を付けた概形を描いてください。

解答・確認の観点：$f'=3x^2+6x-9=3(x+3)(x-1)$。零点−3,1で符号は正・負・正。x=−3で極大値29、x=1で極小値−3。元のf(0)=2も概形に対応させる。生徒の全三区間・元の値と、符号に合う概形を見る。

C4. $f(x)=x^3-3x$、$-1\leqq x\leqq3$について、導関数の符号と閉区間の全候補の値を調べ、最大値・最小値と、それぞれの値を取るすべてのx、指定部分の概形を示してください。左端も導関数が0になる点である場合に、同じ点を二重に数えない理由も説明してください。

解答・確認の観点：$f'=3(x+1)(x-1)$。指定範囲では$-1<x<1$で負、$1<x<3$で正。全候補x=−1,1,3の値は2,−2,18。最大値18はx=3だけ、最小値−2はx=1だけ。−1は閉区間の端点かつ導関数が0になる点だが同じ一つの点。生徒の三候補と閉区間の端点・概形を見る。

C5・C6：式と計算過程・符号と元の値

C5. $f(x)=x^3-6x^2+8$のグラフで、傾き−9の接線を全て求めてください。接点のxを未知数aとして条件を立て、全ての接点の座標と接線の式と計算過程、元の点と導関数の確認を書き残してください。

解答・確認の観点：$3a^2-12a=-9$から$(a-1)(a-3)=0$、a=1,3。接点(1,3),(3,−19)で、接線は順に$y=-9x+12$、$y=-9x+8$。元の各点を通り傾き−9。一つの根・一つの接線だけで終えない。生徒の全二根・座標と各代入を見る。

C6. 友達は$f(x)=x^3+2$で「$f'(0)=0$だからx=0で極小値2」としました。全零点と両側の符号から説明を直して概形を描きます。別に$g(x)=x^2+2$も同じように調べ、両方が点(0,2)で水平な接線を持つのに、極値の結論が違う理由を示してください。

解答・確認の観点：$f'=3x^2$で0の両側が正、増加が続くので極値ではない。$g'=2x$は左で負・右で正で、x=0で極小値2。どちらも元の点(0,2)と水平な接線$y=2$を持つが、前後の符号変化が異なる。生徒の二つの増減表と元の曲線・値、友達の修正を見る。

C7・C8：式と計算過程・符号と元の値

C7. 位置$s(t)=t^3-3t^2$ m、$0 \leqq t \leqq 3$秒について、速度の式と計算過程・全停止時刻と各区間の向きを符号表で示してください。始めと終わりの変位と道のりを別々に求め、各区間の位置と単位で確かめてください。始点の停止と、区間内での向きの反転も区別します。

解答・確認の観点：速度$3t(t-2)$ m/s。停止は$t=0$秒と2秒。$0<t<2$で負の向き、$2<t<3$で正の向き。$s(0)=0, s(2)=-4, s(3)=0$ mなので変位0 m、道のり4+4=8 m。0は区間の始点で、その前の動きは与えられていない。区間内の反転は2秒だけ。生徒の二停止・二区間と三位置、境界と内部、単位を見る。

C8. Aを$-2,1$から、rを$1,2$から、cを$-1,2$から一つずつ選び、$f(x)=Ax^3-3Ar^2x+c$の具体式を作ってください。導関数の式・全零点と増減表、全ての極大・極小の位置と値、$x=0$での接線を求め、概形と元の点を図に示します。8通り全てを調べる必要はありません。

解答・確認の観点：作例$A=-2, r=1, c=2$なら$f=-2x^3+6x+2$、$f'=-6(x+1)(x-1)$。符号は負・正・負、$x=-1$で極小値-2、$x=1$で極大値6。接線は$y=6x+2$で元の点$(0,2)$を通る。一般に全零点$\pm r$、$f(-r)=c+2Ar^3, f(r)=c-2Ar^3$、接線$y=-3Ar^2x+c$。$A>0$と$A<0$で極大・極小の位置が逆。生徒の別の許された三数・具体式と全ての確認も認める。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学II：微分係数・導関数と増減（冊子64–66/PDF76–78）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=76