定積分と面積：交点・上下関係・区間の分割

講師用メモ・バージョン 2

生徒の積分定数と元の初期条件、原始関数を微分した結果と全係数、端点の引く順を別々に見ます。全交点を両方の元の式へ戻し、因数の全区間の符号から上・下と全分割を決めたかを確認します。符号付き積分の絶対値一つだけで面積とはしません。同値な式・別表記・正しい初等的別解を認めます。全8条件を必須にせず、生徒の図全体・式・計算過程と、講師の見本・支援、未確認を分けます。実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：原始関数・定数と端点

C1. $F'(x)=3x^2-2x+4$、$F(0)=-2$について、積分定数を含むFの式とF(2)を、計算過程を示して求めてください。求めた原始関数を微分して与えられた導関数に戻ることと、$F(0)=-2$を満たすことを、それぞれ確かめてください。

解答・確認の観点：$F=x^3-x^2+4x-2$、$F(2)=10$。微分すると$3x^2-2x+4$、$F(0)=-2$も一致。生徒の全積分・定数を決める代入と、元の二条件を見る。

C2. $\int[-1,3](x^2-2x)dx$を、全ての端点値と引く順から求めてください。x=1で分けた二つの積分の和とも比べ、逆向きの$\int[3,-1]$の式と計算過程を示して確かめてください。

解答・確認の観点：$F=x^3/3-x^2$、$F(-1)=-4/3$,$F(1)=-2/3$,$F(3)=0$。全体4/3、分割は2/3+2/3=4/3。逆向きは−4/3。$F'=x^2-2x$も戻して確認し、面積を求めたとはしない。生徒の全端点・順・加法性を見る。

C3・C4：全交点・区分と面積

C3. $y=x^2-2x-3$とx軸で囲まれる部分を、全交点と全区間の符号から図に示してください。面積の積分の式を計算過程とともに示して値を求め、原始関数を微分して元の式に戻ること、両端の値、面積が負でないことから確かめてください。

解答・確認の観点：$f=(x+1)(x-3)$、交点$(-1,0),(3,0)$、間で$f\leqq 0$。$S=\int[-1,3](-x^2+2x+3)dx=32/3$。原始関数$-x^3/3+x^2+3x$の値は3で9、−1で−5/3、差32/3。生徒の全交点・上下と図・式と計算過程を確認します。

C4. $f(x)=x^2$、$g(x)=3x+4$で囲まれる部分の面積を求めてください。全交点を元の二つの式へ代入し、全区間の上下・一様な軸の図と、積分の式と計算過程・両端の確認を書き残してください。

解答・確認の観点：交点x=−1,4、座標$(-1,1),(4,16)$。間で$g-f=-(x+1)(x-4)\geqq 0$。$S=\int[-1,4](-x^2+3x+4)dx=125/6$。原始関数$-x^3/3+3x^2/2+4x$の端点値は4で56/3、−1で−13/6。差125/6。生徒の両元式・上下・式と計算過程と図を見る。

C5・C6：全交点・区分と面積

C5. $y=x^2$と$y=9$の間の部分を、$-4\leqq x\leqq 4$の指定範囲で考えます。全交点で分けて各面積と合計を求め、$\int[-4,4](x^2-9)dx$とその絶対値も比べてください。図と因数の符号から、一つの絶対値だけでは面積にならない理由を示してください。

解答・確認の観点：全交点x=−3,3、座標(±3,9)。差x^2-9は外で正・間で負。面積は$\int[-4,-3](x^2-9)dx+\int[-3,3](9-x^2)dx+\int[3,4](x^2-9)dx=10/3+36+10/3=128/3$。符号付き積分は−88/3、絶対値88/3で面積128/3と異なる。生徒の三分割・全端点と元の上下を見る。

C6. $f(x)=-x^2+3x+4$、$g(x)=x^2-x-2$の二つの放物線で囲まれる部分を考えます。全交点と各区間の上下関係を図に示し、積分の式と計算過程を示して面積を求めてください。交点を元の二つの式に代入し、原始関数を微分して被積分関数と一致すること、両端での値を確かめてください。

解答・確認の観点：$f-g=-2x^2+4x+6=-2(x+1)(x-3)$。交点$(-1,0),(3,4)$、間でfが上。$S=\int[-1,3](-2x^2+4x+6)dx=64/3$。原始関数$-2x^3/3+2x^2+6x$の値は3で18、−1で−10/3、差64/3。生徒の二放物線・元の両点と式と計算過程を確認し

ます。

C7・C8：全交点・区分と面積

C7. 友達は「$\int_{[0,2]}(x-1)dx=0$だから、$y=x-1$とx軸の間の$0\leqq x\leqq 2$の面積も0」としました。全零点と符号で説明を直し、各積分の式と計算過程・端点値と、三角形の面積から同じ値を確かめてください。

解答・確認の観点：零点1で、左はx軸が上・右は直線が上。面積$\int_{[0,1]}(1-x)dx+\int_{[1,2]}(x-1)dx=1/2+1/2=1$。各三角形は底辺1・高さ1なので1/2で合計1。符号付き積分0は正負の打ち消しで、その絶対値0でも面積にはならない。生徒の修正・二分割と二通りの確認を見る。

C8. Aを1,3から、rを1,2から、cを−1,2から一つずつ選び、$f(x)=A((x-c)^2-r^2)$の具体式を作ってください。全零点と全区間の符号を元の式で確かめ、x軸で囲まれる部分の図・積分の式と計算過程と面積を示してください。原始関数を微分して元へ戻し、両端でも確認します。8通り全てを調べる必要はありません。

解答・確認の観点：作例A=3,r=1,c=2なら$f=3x^2-12x+9$、根1,3、間で負、面積$\int_{[1,3]}(-3x^2+12x-9)dx=4$。一般に根$c-r,c+r$、符号は正・負・正。原始関数$F=A((x-c)^3/3-r^2x)+C$から、根の間の符号付き積分$-4Ar^3/3$、面積$4Ar^3/3$。生徒の許された別の三数・具体式と図全体・式と計算過程も認め、全8条件を必須にしない。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学II：積分の考えと面積（冊子64–66/PDF76–78） — https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=78