項番号と値、公差を足す回数を分ける

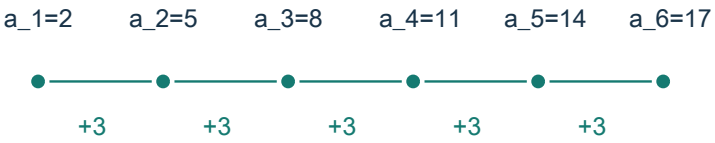
考える手がかり

初項2、公差3なら、
第1項から第6項までは増加が5回。
$a_6=2+5\times3=17$です。
一般には$a_n=2+3(n-1)=3n-1$。
項番号と項の値を別に対応させます。

逆に、等差数列で$a_2=5$、$a_6=17$
なら、$4d=12$より$d=3$。
$a_1=5-3=2$で元の式に戻ります。
二項の値の差だけでなく、
同じ向きの項番号の差も使います。

nは正の整数です。公差は負や0でも構いません。最初の数項の差がそろうだけでは、以後も等差だとは決まりません。自分で与えられた全規則と、表で調べた有限の値を分けて残します。

編集できる六つの項と五つの増加



項番号は1,2,3,4,5,6 / 増加は5回

$a_n=2+3(n-1)=3n-1$

$a_6-a_2=(6-2)d=12$

自分の図と式でたしかめる

自分で項番号と値を二段にし、増加の回数を示します。

二つの項から戻すときは、元の二条件へ両方代入します。

有限な並びの確認と、全ての項を定める条件を分けます。

項番号· 増加回数· 一般項と元の二条件

逆順の同じ和を足し、組の数に戻す

考える手がかり

初項4、公差3の初めの5項は
4,7,10,13,16です。
逆順の16,13,10,7,4を下へ並べると、
どの縦の組も20になり、5組あります。
2S_5=5×20=100、S_5=50です。

一般にも、正順と逆順の同じ和では
各列の和がa_1+a_nとなります。
その列がn個あるので、
2S_n=n(a_1+a_n)、
S_n=n{2a_1+(n−1)d}/2です。

奇数の項数でも二つの和を丸ごと足しています。中央の項は二度足され、最後に2で割ると一度分が残ります。
途中の第p項から第q項までなら、両端を含むq−p+1項と、その両端の値を使います。

編集できる正順· 逆順· 全ての組

4	7	10	13	16
16	13	10	7	4
20	20	20	20	20

2S_5 = 5×20 = 100 / S_5 = 50

中央も10+10で、二つの和に一回ずつ入る。

自分の図と式でたしかめる

自分で二つの順を並べ、各組の和と組数を対応させます。

2SとSを分け、奇数の中央が残る理由も示します。

部分の和では両端を含め、先頭からの和の差とも比べます。

正順· 逆順· 組数と和の式と計算過程

数列の点と、実数全体の直線を分ける

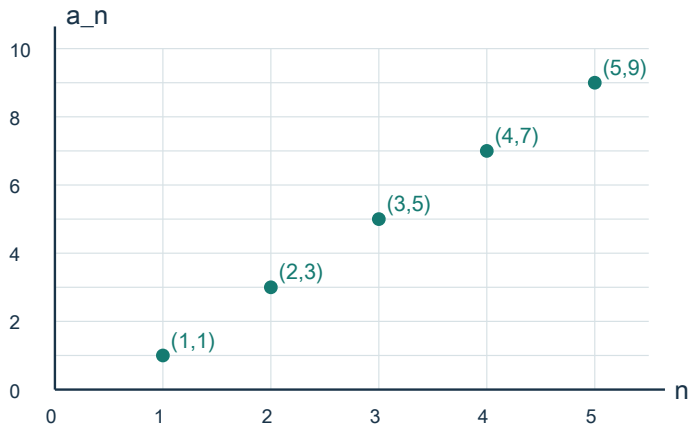
考える手がかり

a_n=2n−1でn=1,…,5なら、
値は1,3,5,7,9です。
点(1,1),(2,3),(3,5),(4,7),(5,9)を
番号と値に対応させて示します。
横軸は項番号、縦軸は項の値です。

a_1=1、公差2なので
a_n=1+2(n−1)=2n−1です。
一般項の隣接する差を引けば常に2。
右には最初の五つの点だけを示し、
表示外の項がないとは考えません。

この数列の定義域は正の整数です。式へ1.5を入れた数を、この数列の第1.5項とはしません。実数全体の直線を比較に使うなら、その線と数列の点の定義域を分けます。線や点· 文字を動かしても、他の値や式は自動更新されません。

編集できる整数番号の五つの点と軸



表示はn=1…5の点。線分でつながない。

自分の図と式でたしかめる

自分で項番号· 値の表を作り、対応する点を描きます。

図に表示した範囲と、数列全体の定義域を分けます。

一般項から全ての差を説明することと、有限の点を分けます。

表· 離散的な点· 定義域と全ての差

C1· C2：項番号· 条件と和

C1. 等差数列でa_3=4、a_9=28です。初項· 公差· 一般項と初めの8項の和を求めてください。二項の番号の差と値の差を対応させ、元の二つの条件と和へ戻して確かめてください。

解答· 理由を書く

C1：表· 式と計算過程· 条件と検算

C2. 初項9、公差−2の初めの7項について、正順· 逆順の二段を作って和を求めてください。縦の組数と各組の和を示し、中央の項を落とさない理由と、一般の和の式から同じ値になることを説明してください。

解答· 理由を書く

C2：表· 式と計算過程· 条件と検算

C3· C4：項番号· 条件と和

C3. a_n=3n+2の等差数列の第5項から第13項までの和を、両端を含む項数から求めてください。初項からの二つの和の差でも確かめ、第5項を落とさないためにどこまでの和を引くかを説明してください。

解答· 理由を書く

C4. 初項3、公差5の等差数列で、初めのn項の和が207です。方程式の全ての解を求め、項番号として採用する条件を示してください。選んだnを元の和へ代入して確かめてください。

解答· 理由を書く

C3：表· 式と計算過程· 条件と検算

C4：表· 式と計算過程· 条件と検算

C5· C6：項番号· 条件と和

C5. 等差数列で、初めの3項の和が18、初めの8項の和が148です。初項· 公差· 一般項と初めの10項の和を求め、元の二つの和を表す条件式の両方へ戻してください。

解答· 理由を書く

C5：表· 式と計算過程· 条件と検算

C6. 1以上150以下の整数のうち、9で割ると4余る数を考えます。最初と最後の数· 項数を説明して総和を求めてください。両端の範囲と、その次の項が範囲から外れることも確かめてください。

解答· 理由を書く

C6：表· 式と計算過程· 条件と検算

C7· C8：項番号· 条件と和

C7. 初項18、公差−4の等差数列で、nは正の整数とします。S_nが最大になるnと最大値を求めてください。項の符号が変わる前後と以後の全ての項から理由を示し、和の二次式でも確かめてください。

解答· 理由を書く

C8. 初項aを−3,6から、公差dを−2,3から、項数Nを5,8から一つずつ選んでください。一般項· 第2項· 第4項· 最後の項とS_Nを式と計算過程で示し、逆順の組から和を確かめてください。8通り全てを調べる必要はありません。

解答· 理由を書く

C7：表· 式と計算過程· 条件と検算

C8：表· 式と計算過程· 条件と検算