等比数列と有限の和：公比・和の公式の導出と条件

講師用メモ・バージョン 3

生徒の項番号と値、公比を掛けるn−1回を分けます。二つの有限の和を同じべきの列にそろえ、消える中間項と残る両端を確認します。r=1を別に説明し、負の公比の整数指数と実数全体の指数関数を分けます。二項又は三項の和の条件から全候補を出し、元のすべての条件へ戻したかを見ます。生徒の同値な正しい式変形・別解や選んだ一例を認め、全12条件を必須にしません。生徒の表全体・式と計算過程と理由を講師の見本・支援、未確認から分けます。実際の生徒との試用・学習効果は未確認です。

練習問題の解答はこの講師用メモに分けています。編集版であり、実際の授業での試用はまだ行っていません。

C1・C2：公比・すべての条件と有限の和

C1. 実数の公比をもつ等比数列でa_2=18、a_5=−144です。初項・公比・一般項とS_6を求め、二項の番号差と掛ける回数を示してください。元の二項と初めの6項の直接和でも確かめてください。

解答・確認の観点：$r^3=-8$よりr=−2、a=−9。a_n=−9(−2)^(n−1)。項は−9,18,−36,72,−144,288でS_6=189。元の二項を満たし、和の式−9(1−64)/3=189も一致。生徒の番号差3・式と計算過程とすべての条件を見る。

C2. 初項4、公比3の初めの4項の和をS_4として、S_4と3S_4を同じべきの列へそろえてください。消える項と残る両端から和を求め、一般の公比rの公式と、r=1を別に扱う理由へ戻します。

解答・確認の観点：S_4=4+12+36+108、3S_4=12+36+108+324。−2S_4=4−324=−320よりS_4=160。一般に(1−r)S_n=a(1−r^n)、r≠1なら割って公式を得る。r=1なら同じaをn個足すnaで、0の分母では割らない。生徒の二段と導出を見る。

C3・C4：公比・すべての条件と有限の和

C3. a_n=2·3^(n−1)の等比数列で、第2項から第6項までの和を自分で求めてください。両端を含む項数を説明し、この部分の初項からの公式と、二つの先頭からの和の差で確認します。

解答・確認の観点：5項で初項a_2=6、公比3。部分和は$6(3^5-1)/(3-1)=726$。$S_6=2(3^6-1)/2=728$、S_1=2でS_6−S_1=726。生徒の5項・初項・二つの式と、引くのがS_1である理由を見る。

C4. 等比数列でa_3=36、a_5=144です。公比は正とは限りません。実数の初項・公比の全ての組と一般項、第4項、S_5を示し、元の両方の条件へ戻してください。

解答・確認の観点：$r^2=4$よりr=2又は−2、どちらもa=9。一般項は9·2^(n−1)又は9(−2)^(n−1)。第4項は72又は−72、S_5は279又は99。両方とも第3項36、第5項144を満たす。生徒の全候補・二つの和と元の条件を見る。

C5・C6：公比・すべての条件と有限の和

C5. 初項−6で、公比1の場合と公比−1の場合を比べてください。各場合の最初の6項と途中までの和の表を作り、全ての正の整数nでのS_nとS_8を説明してください。有限な和と、無限個の和を区別します。

解答・確認の観点：r=1では全項−6、S_n=−6n、S_8=−48。r=−1では−6,6,−6,6,−6,6、累積和−6,0,−6,0,−6,0。隣接対が消え、奇数nは−6、偶数nは0なのでS_8=0。全nの偶奇又は定数項数の理由を示し、無限級数の和とはしない。

C6. 初項6、公比−1/2の数列の最初の5項の表と点(n,a_n)を自分でかき、一般項と対応させてください。点の横座標の範囲と符号を説明し、n=3/2をこの数列の項番号にしない理由も書き残してください。

解答・確認の観点：a_n=6(−1/2)^(n−1)、値6,−3,3/2,−3/4,3/8。点の横座標は1,2,3,4,5で符号は交互。定義域は正の整数で、n=3/2なら負の数の1/2乗を必要とし、実数全体の指数関数へそのまま延長しない。生徒の全5組・点・定義域を見る。

C7・C8：公比・すべての条件と有限の和

C7. 初項2の等比数列でS_3=14です。公比は0でない実数とします。公比の全候補と各一般項、S_4を求め、元の三項の和へ戻してください。公比1がこの条件に合うかも確かめてください。

解答・確認の観点：2(1+r+r²)=14からr²+r−6=(r−2)(r+3)=0。r=2又は−3。一般項2·2^(n−1)又は2(−3)^(n−1)、S_4は30又は−40。元では2+4+8=14又は2−6+18=14。r=1ならS_3=6で合わない。生徒の全根・式と計算過程と元の確認を見る。

C8. 初項aを−2,5から、公比rを−2,1/2,1から、項数Nを3,6から一つずつ選んでください。一般項・第2項・第N項とS_Nを具体的な式と計算過程で示し、項を一つずつ足した和でも確認してください。r=1は別に説明してください。12通り全てを調べる必要はありません。

解答・確認の観点：作例a=5,r=1/2,N=6ならa_n=5(1/2)^(n−1)、a_2=5/2、a_6=5/32。S_6=5(1−1/64)/(1/2)=315/32で、5+5/2+5/4+5/8+5/16+5/32も315/32。一般にr≠1ならS_N=a(1−r^N)/(1−r)、r=1ならNa。生徒の別の許された一例・式と計算過程と直接和を認める。

利用と出典表示

© 2026 MomentDesk / PRYADKO DANILA. 無料・有料の授業で利用し、自分の授業用に変更できます。共有時はMomentDeskの出典表示を残してください。テンプレートの転売や、自作としての再公開はできません。

文部科学省・数学B：数列の一般項・有限の和と導出（冊子102–103/PDF114–115）— https://www.mext.go.jp/content/20260115-mxt_kyoiku02-100002620_04.pdf#page=114